TO2021 = password ; $\left\{ X \right.$ – случајан износ штете

$X > 0$

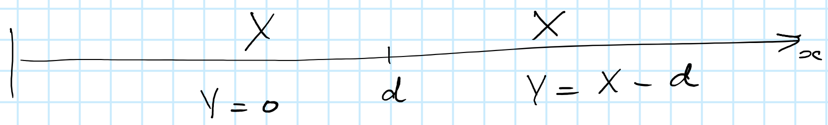
- Осигурана особа сама учествује штети,
  ⇓ начин
- франшизе

Y – износ исплате одштете

① Одбитни праг.

d;

$$Y = \begin{cases} 0, & X \le d \\ X-d, & X > d \end{cases} = (X-d)_+$$



Расподела с.в. Y?

$Y=0$: $p_Y(0) = P\{Y=0\} = P\{X \le d\} = F_X(d)$

$y>0$: $F_Y(y) = P\{Y \le y\} = P\{X-d \le y\} = P\{X \le y+d\} = F_X(y+d)$

моменти:

$$E(Y^k) = E\left(\left((X-d)_+\right)^k\right) = \begin{cases} \int_d^{+\infty} (x-d)^k f_X(x)\,dx \\ = \sum_{x>d} (x-d) \cdot p_X(x) \end{cases}$$

$Y = g(X)$; $E(Y) = \int_{x \in \Omega} g(x) \cdot f_X(x)\,dx$

Z – износ одштете по одштетном захтеву ;

$Z = Y \mid Y > 0$

$Z = Y \mid X > d$

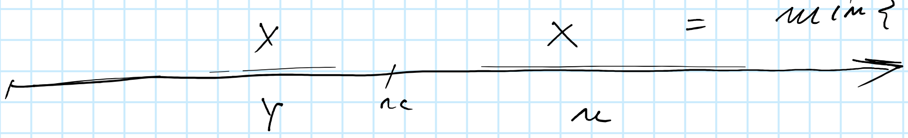
$$E(Z^k) = E(Y^k \mid Y>0) = E\left(((X-d)_+)^k \mid X>d\right)$$

$$= \frac{E\left[((x-d)_+)^k\right]}{P(X>d)} = \begin{cases} \dfrac{\int_d^{+\infty} (x-d)^k f_X(x)\,dx}{1-F_X(d)} \\ = \dfrac{\sum_{x>d} (x-d)^k p_X(x)}{1-F_X(d)} \end{cases}$$

$$= \frac{E(Y^k)}{1-F_X(d)} ;$$

2. Ограничавање осигурања (Policy limits)

$$Y = \begin{cases} X, & X \le u \\ u, & X > u \end{cases} = \underline{\underline{X \wedge u}} = \min\{X, u\}$$



$F_Y(y) = P\{Y \le y\} = P\{\min\{X,u\} \le y\}$

1° $y \le u$: $= P\{X \le y\} = F_X(y)$

2° $y > u$: $= P\{\min\{X,u\} \le y\} = P\{X>y\} = 1 - F_X(y)$

Tuesday, March 16, 2021 6:30 PM

$$Z = Y = X \wedge u$$

моменти:

$$E(Y^k) = \int_0^u x^k f_X(x)\,dx + \int_u^{+\infty} u^k f_X(x)\,dx$$

$$k=1: \quad E(Y) = \underbrace{\int_0^u x f_X(x)\,dx}_{(1)} + \underbrace{\int_u^{+\infty} u f_X(x)\,dx}_{(2)}$$

(1) $u_1 = x \qquad f_X(x)\,dx = dV_1$

$du_1 = dx \qquad F_X(x) = V_1$

(2) $u \cdot \int_u^{+\infty} f_X(x)\,dx$

$u \cdot \left(1 - \int_0^u f_X(x)\,dx\right)$

$u \cdot \left(1 - F_X(u)\right)$

$$E(Y) = x \cdot F_X(x)\Big|_0^u - \int_0^u F_X(x)\,dx + u\left(1 - F_X(u)\right)$$

$$= \cancel{u \cdot F_X(u)} - 0 - \int_0^u F_X(x)\,dx + u\left(1 - \cancel{F_X(u)}\right)$$

$$= u - \int_0^u F_X(x)\,dx$$

$$= \int_0^u 1\,dx - \int_0^u F_X(x)\,dx$$

$$= \int_0^u \left(1 - F_X(x)\right)dx$$

3. Веза између одбијајућег прага и ограничавања осигурања

две полисе везане за X

1. одбијајући праг $\Rightarrow d$
2. ограничавање осигурања $\Rightarrow d$

$$X = (X-d)_+ + (X \wedge d) = (d)$$

$1^\circ \quad X < d: \quad (d) = 0 + X = X$ ✓

$2^\circ \quad X = d: \quad (d) = 0 + d = d = X$ ✓

$3^\circ \quad X > d: \quad (d) = X - d + d = X$ ✓

$\begin{cases} X - \text{износ одштете} \\ Y = X - \text{исплата компаније} \end{cases}$

$\Downarrow$

Уводи се франшиза одбијајући праг d!

Колика је уштеда компаније?

одговор: $S = \min\{X, d\} = (X \wedge d)$

Очекивана вредност уштеде: $E(S) = E(X \wedge d)$

РЕГ – рацио елиминисаних губитака

$$РЕГ = \frac{E(X \wedge d)}{E(X)}$$

ПРИМЕР. X – трошкови коришћења собе за хитне случајеве

Уводи се одбијајући праг у износу 250.

$X : \mathcal{E}(\lambda)$; $E(X) = 1000$; $РЕГ = ?$

$E(X) = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0{,}001$; $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$

$$РЕГ = \frac{E(X \wedge 250)}{E(X)} = \frac{\int_0^{250} (1 - F_X(x))dx}{1000}$$

$$\int_0^{250} e^{-\lambda x} dx = -\frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda x} \Big|_0^{250} = -\frac{1}{\lambda} \cdot \left(e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{250}$$

$$= -1000 \cdot \left(e^{-0{,}25} - 1 \right) = 1000 \cdot (1 - e^{-0{,}25})$$

$$РЕГ = \frac{\cancel{1000} \cdot (1 - e^{-0{,}25})}{\cancel{1000}} = 1 - e^{-0{,}25} = 1 - 0.7777$$

$$= 0{,}222$$

$$\approx 22{,}2\,\%$$

4. Ко-осигуравајући фактор

α, $0 < \alpha < 1$

$X \longrightarrow Y = \alpha \cdot X$ – износ исплаћене одштете

$Z = Y = \alpha X$ – износ исплаћене одштете када она постоји

$F_Y(y) = F_X\left(\frac{y}{\alpha}\right) \cdot \frac{1}{\alpha}$; $E(Y) = E(\alpha X) = \alpha \cdot E(X)$

Одбијајући праг, Ограничавајући праг u и коосигуравајући фактор

d α

$$\ell = Y = \alpha \cdot \big(\underbrace{(X \wedge u) - (X \wedge d)}_{(*)} \big) \quad ; \quad d < u$$

1° $X < d$: $\ell = 0$

$d = \alpha \cdot (X - X) = 0$

2° $d < X < u$: $\ell = \alpha \cdot (X - d)$ ✓

$d = \alpha \cdot (X - d)$ ✓

3° $X > u$: $\ell = \alpha (u - d)$

$d = \alpha \cdot (u - d)$ ✓

ПРИМЕР.
- Одбијајући праг 250
- Ограничавајући праг 5000
- коосигуравајући фактор 0,8

$X : \mathcal{E}(\lambda)$, $E(X) = 1000$

1) $Y =$ Очекивана одштета ?

$$E(Y) = E\big(\alpha\,([X \wedge u] - (X \wedge d))\big)$$

$$= \alpha \cdot \big(E(X \wedge 5000) - E(X \wedge 250)\big)$$

$\lambda = 0{,}001$

$$- \frac{1}{\lambda} \cdot \left(e^{-\lambda x} \right)\Big|_0^{250}$$

$$= 0.8 \cdot \left(-\frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda x} \Big|_0^{5000} - \left(\frac{1}{-\lambda} e^{-\lambda \cdot 250} \right) \right)$$

$$= 0.8 \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \left(e^{-250\lambda} - e^{-5000\lambda} \right)$$

$$= 800 \cdot \left(e^{-0.25} - e^{-5} \right) = 617.65 \checkmark$$

$$E(Z) = \frac{E(Y)}{1 - F_X(d)} = \frac{617{,}65}{e^{-0.25}} = 793{,}08 \checkmark$$

5. Утицај инфлације.

$100 \cdot r\%$; $r = 0{,}01 \Rightarrow 1\%$ инфлације

$\{ X = 1000$, $d = 250$ Одбијајући праг
инфлација 10%

1. година $Y_1 = 750$ – исплата

2. година $X \to 1{,}1X$ 1100 $Y_2 = 850$ – исплата

$$\frac{100}{750} \approx 0{,}1333 = 13{,}33\% > 10\%$$

$\boxed{X^* = (1+r)X}$ – одштетни захтев уз утицај инфлације!

- Инфлација $r\%$; одбијајући праг d ;
ограничавајући праг u ;

Y – висина исплате одштете

$$(X \wedge u) - (X \wedge d)$$

$$Y = \big((1+r)X \wedge u\big) - \big((1+r)X \wedge d\big) \Longleftarrow$$

$$(1+r)X \wedge u = \min\{(1+r)X, u\} = (1+r)\min\left\{X, \frac{u}{1+r}\right\}$$
$$= (1+r)\left(X \wedge \frac{u}{1+r}\right)$$

Пример 3. ЗОИЦ

i) одбијајући праг 250

ii) ограничавајући праг 5000

iii) ко-осигуравајући фактор 0,8

iv) инфлација 5%

а) Очекивана исплата одштете?

б) Очекивана исплата по одштетном захтеву?

Tuesday, March 16, 2021 7:45 PM

$$Y = 0{,}8 \circ \left[(1{,}05\, X \wedge 5000) - (1{,}05\, X \wedge 250) \right]$$

$$Y = 0{,}8 \circ 1{,}05 \circ \left(\left(X \wedge \frac{5000}{1{,}05} \right) - \left(X \wedge \frac{250}{1{,}05} \right) \right)$$

$$Y = 0{,}84 \circ \left(\underbrace{(X \wedge 4761.9)} - (X \wedge 238{,}095) \right)$$

$$E(Y) = 0{,}84 \cdot \left[E(X \wedge 4761{,}9) - E(X \wedge 238{,}1) \right]$$

$$= 0{,}84 \circ \left(-\frac{1}{\lambda} e^{-4761.9 \cdot \lambda} + \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda \cdot 238{,}1} \right)$$

$$= 840 \circ \left(e^{-0{,}2381} - e^{-4{,}7619} \right)$$

$$= 840 \circ (0{,}7882 - 0{,}0855) = 590{,}268 \qquad (65\text{-}4.)$$

$$E(Z) = \frac{E(Y)}{1 - F_X(d')} = \frac{590{,}268}{1 - F_X\left(\frac{250}{1{,}05}\right)} = \frac{590{,}27}{1 - F_X(238{,}1)}$$

$$F_X(238{,}1) = \qquad F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$\lambda = 0.001$$

$$= 1 - e^{-0.001 \cdot 238{,}1} = 1 - e^{-0{,}2381}$$

$$E(Z) = \frac{590{,}27}{e^{-0{,}2381}} =$$