

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: Д1

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rrcr} 2x & - & 3y & + & 4z & = & 5 \\ 2x & + & 3y & - & 2z & = & 5 \\ -3x & + & 4y & - & 2z & = & -4 \end{array}.$$

Решење: (x, y, z)

2. Решити једначину $\begin{vmatrix} -2 & x & 3 \\ 2 & -1 & 3 \\ -4 & 2 & -6 \end{vmatrix} = 0$

Решење: x

3. Одредити ранг матрице: $\text{rang} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 5 & 0 \\ -5 & -1 & -3 \end{pmatrix} =$

4. Нека је $A = \{1, 2, 3, 4\}$ и $\rho \subseteq A^2$ дата са $\rho = \{(x, y) | 1 + x \geq y\}$. Одредити скуп ρ_1 са најмањим бројем уређених парова тако да $\rho \setminus \rho_1$ буде антисиметрична релација у скупу A .

Решење: $\rho_1 =$

5. Нека је $f(x) = x^2 + 2x + 10$ и $f : (0, 8) \rightarrow A$. Одредити скуп A тако да дата функција има особину "на".

Решење:

6. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - \sqrt{4x^2 + 7}}{3(12 - x)} =$

7. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3n+1}{2n+1} \right)^n$. (Обавезно наведите критеријум и граничну вредност низа, на основу којих испитујете конвергенцију датог реда.)

Решење:

8. Ако је функција $f(x) = \begin{cases} 8x + 4 - \sin 2x, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ непрекидна онда a

9. Нека је $f(x) = 4x \cos \left(2 - \frac{x}{4} \right)$. Тада $f'(x) =$

10. Нека је $f(x) = e^{2x}(x - 6)$. Решити неједначину $f'(x) < 0$.

Решење:

11. Нека је $f(x) = \frac{3x}{1+x^3}$. Тада $f''(0) =$

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: Д2

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rrrrrr} 2x & - & y & + & 3z & = & -2 \\ -x & + & 2y & - & 2z & = & 3 \\ x & + & y & + & z & = & 1 \end{array}.$$

Решење: (x, y, z)

2. Ако $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ и $C = BA$, онда $c_{23} =$

3. Ако $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, израчунати A^{-1} .

4. Нека је дат скуп речи $A = \{za, kim, zvona, zvone\}$ и релација еквиваленције $\rho \subseteq A^2$ дата са $\rho = \{(x, y) \mid x \text{ и } y \text{ почињу истим словом}\}$. Одредити C_{zvona} .

Решење: $C_{zvona} =$

5. Нека је $f(x) = -x^2 + 6x + 3$ и $f : (-\infty, b] \rightarrow (-\infty, +\infty)$. Одредити највећу вредност параметра b тако да функција има особину "1-1".

Решење:

6. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5n+7}{n!}$. (Обавезно наведите критеријум и граничну вредност низа, на основу којих испитујете конвергенцију датог реда.)

Решење:

7. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{14x^3 - 14}{(7-x)(x^2+1)} =$

8. Ако је функција $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x < 1 \\ x^2+4ax, & x \geq 1 \end{cases}$ непрекидна, онда a

9. Нека је $f(x) = 3\sqrt{2-x}$. Тада $f'(x) =$

10. Нека је $f(x) = \frac{4x}{x^2+4}$. Решити неједначину $f'(x) < 0$.

Решење:

11. Нека је $f(x) = e^{2-x}(1+x^2)$. Тада $f''(2) =$

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: **ДЗ**

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:
$$\begin{array}{rrcr} 2x & - & 2y & + & 2z & = & -1 \\ -x & + & y & - & 3z & = & 2 \end{array}.$$

Решење: (x, y, z)

2. Решити једначину
$$\begin{vmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & x \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 6 - 2x$$

Решење: x

3. Одредити ранг матрице: $\text{rang} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} =$

4. Нека $A = \{1, -2, -3, 4\}$, $\rho \subseteq A^2$ и $\rho = \{(x, y) | x + y \leq 2\}$. Одредити скуп ρ_1 са најмањим бројем уређених парова тако да $\rho \cup \rho_1$ буде транзитивна релација у скупу A .

Решење:

5. Нека је $f(x) = -x^2 + 2x - 3$ и $f : (-\infty, 1] \rightarrow (-\infty, -2]$. Одредити инверзну функцију дате функције.

Решење:

6. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^2 - \sqrt{x+7}}{(1-5x)(x+2)} =$

7. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n}{n^3 + 1}$. (Обавезно наведите критеријум и граничну вредност низа, на основу којих испитујете конвергенцију датог реда.)

Решење:

8. Ако функција $f(x) = \begin{cases} -ax + 3, & x < -2 \\ 6, & x = -2 \\ x^2 - 5, & x > -2 \end{cases}$ има прекид, онда a

9. Нека је $f(x) = \ln(4 - x^2) - 3^2$. Тада $f'(x) =$

10. Нека је $f(x) = e^{-x}(x - 4)$. Решити неједначину $f'(x) \geq 0$.

Решење:

11. Нека је $f(x) = x\sqrt{3-x}$. Тада $f''(0) =$

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: Д4

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rrcr} 2x & - & y & + & 3z & = & 9 \\ x & + & 3y & - & 2z & = & 1 \\ 5x & + & 8y & - & 3z & = & 12 \end{array} .$$

Решење: (x, y, z)

2. Ако $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ и $C = BA$, онда $c_{21} =$

3. Решити матричну једначину $XA = -2A + 4X$.

Решење:

4. Нека $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ и $\rho \subseteq A^2$ дата са $\rho = \{(x, y) | x + 2y \geq 2\}$. Одредити скуп ρ_1 са најмањим бројем уређених парова тако да $\rho \setminus \rho_1$ буде антисиметрична релација у скупу A .

Решење: $\rho_1 =$

5. Нека је $f(x) = -x^2 + 12x - 20$ и $f : (2, 10) \rightarrow C$. Одредити скуп C тако да функција има особину "на".

Решење:

6. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+3}{(5n+1)(3n^2+1)}$. (Обавезно наведите критеријум и граничну вредност низа, на основу којих испитујете конвергенцију датог реда.)

Решење:

7. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{2+x}}{2 + x - x^2} =$

8. Ако је функција $f(x) = \begin{cases} -ax + 1, & x < -2 \\ x^2 - 4, & x > -2 \end{cases}$ прекидна, онда a

9. Нека је $f(x) = 6\sqrt[3]{1-x} - \sqrt{3}$. Тада $f'(x) =$

10. Нека је $f(x) = e^{-2x}(x-4)$. Решити неједначину $f'(x) \geq 0$.

Решење:

11. Нека је $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 1}$. Тада $f''(2) =$

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: Д5

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rrcr} 3x & - & y & + & 4z & = & 0 \\ 2x & + & 5y & - & 2z & = & 0 \\ x & - & 6y & + & 6z & = & 0 \end{array}$$

Решење: (x, y, z)

2. Решити једначину $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$

Решење: x

3. Одредити ранг матрице: $\text{rang} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix} =$

4. Нека је $A = \{-1, 0, 1, 3\}$ и $\rho \subseteq A^2$ дата са $\rho = \{(x, y) | 2x + 1 \geq y\}$. Одредити скуп ρ_1 са најмањим бројем уређених парова тако да $\rho \cup \rho_1$ буде симетрична релација у скупу A .

Решење: $\rho_1 =$

5. Нека је $f(x) = -3x^2 + 12x + 3$ и $f : (-\infty, 2] \rightarrow (-\infty, 15]$. Одредити инверзну функцију дате функције.

Решење:

6. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - \sqrt{36x^4 + 7}}{2(x + 11)(1 - 2x)} =$

7. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+3}{5+n}$. (Обавезно наведите критеријум и граничну вредност низа, на основу којих испитујете конвергенцију датог реда.)

Решење:

8. Ако је функција $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-x}, & x < -1 \\ ax + x^2, & x \geq -1 \end{cases}$ непрекидна, онда a

9. Нека је $f(x) = 4 \ln \left(\frac{x}{2} - 1 \right)$. Тада $f'(x) =$

10. Нека је $f(x) = e^{1-3x}(2x - 5)$. Решити неједначину $f'(x) \geq 0$.

Решење:

11. Нека је $f(x) = \frac{x^2 - 12x + 20}{x - 4}$. Тада $f''(5) =$

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: Д6

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:
$$\begin{array}{rrcr} 2x & - & 3y & + & 2z & = & 2 \\ x & + & 6y & - & 4z & = & 1 \end{array} .$$

Решење: (x, y, z)

2. Ако $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 7 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ и $C = BA$, онда $c_{23} =$

3. Ако $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, израчунати A^{-1} .

4. Нека је дат скуп речи $A = \{Arhimed, Platon, Aristotel, Ptolomej, Pitagora, Tales\}$ и релација еквиваленције $\rho \subseteq A^2$ дата са $\rho = \{(x, y) \mid x \text{ и } y \text{ су речи исте дужине}\}$. Одредити број класа еквиваленције у релацији ρ .

Решење:

5. Нека је $f(x) = -x^2 + 4x$ и $f: [a, +\infty) \rightarrow (-\infty, 4]$. Одредити параметар a , тако да дата функција има инверзну функцију.

Решење:

6. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 4n}{(n+2)(4n^2+1)}$. (Обавезно наведите критеријум и граничну вредност низа, на основу којих испитујете конвергенцију датог реда.)

Решење:

7. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{14x^3 - \sqrt{6x^2 - 1}}{(7-x)(x^2-1)} =$

8. Ако функција $f(x) = \begin{cases} x-a, & x < 2 \\ 6, & x = 2 \\ x^2-3, & x > 2 \end{cases}$ има прекид, онда a

9. Нека је $f(x) = \ln(2x+1) - cx$. Тада $f'(x) =$

10. Нека је $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$. Решити неједначину $f'(x) > 0$.

Решење:

11. Нека је $f(x) = 2x - \sqrt[3]{x^2}$. Тада $f''(1) =$

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **J1**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

$$\begin{array}{rcrcrcrl} x & + & 2y & = & 1 \\ y & + & z & = & 4 \\ z & - & x & = & 2 \end{array}$$

Rešenje: (x, y, z)

2. Rešiti jednačinu: $\begin{vmatrix} 11 & x & 5 \\ -11 & 3 & -5 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix} = 2 - 66x$

Rešenje:

3. Odrediti rang matrice: $\text{rang} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \\ 4 & -2 & 4 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} =$

4. Neka je $A = \{-5, 2, 1, 3\}$ i $\rho \subseteq A^2$ data sa $\rho = \{(x, y) \mid 2 + x \leq y - 1\}$. Odrediti skup ρ_1 sa najmanjim brojem uredjenih parova tako da $\rho \cup \rho_1$ bude simetrična relacija u skupu A .

Rešenje: $\rho_1 =$

5. Odrediti najveću vrednost parametra c za koju funkcija $f : [2, +\infty) \rightarrow (-\infty, c]$ i $f(x) = -x^2 + 4x - 7$ ima osobinu "na".

Rešenje: $c =$

6. Izračunati: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\sqrt{25n^2 + n - 13} + 3n}{-5n^2 - n} =$

7. Neka je $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-5 + 6n + 3n^3}{5n^3 + 2n} \right)^{3n}$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispitujete konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Ako je funkcija $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 3x}{e^{-2x} - 1}, & x \neq 0 \\ a + 1, & x = 0 \end{cases}$ neprekidna, onda a

9. Ako $f(x) = \ln\left(\frac{-x^2 + 5}{3}\right) + \frac{1}{3}$, onda $f'(x) =$

10. Data je funkcija $f(x) = (x + 1)e^{-\frac{1}{x}}$. Nezavisno od domena funkcije, rešiti nejednačinu: $1 - f'(x) \geq 1$.

Rešenje:

11. Ako $f(x) = e^{-x^2} + \sqrt{x}$, onda $f''(1) =$

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **J2**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

$$\begin{array}{rcl} x & + & 4y = 5 \\ \text{1. Rešiti sistem linearnih jednačina:} & & 2y = 6 \\ & -2y & + x = 4 \end{array}$$

Rešenje: (x, y, z)

$$\text{2. Rešiti jednačinu: } \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -1 & 0 & 13 \\ 1 & 4 & 19 \end{vmatrix} = x^3 - 2x^2 - x + 2 \text{ Rešenje:}$$

$$\text{3. Odrediti inverznu matricu matrice } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

Rešenje: $A^{-1} =$

4. Neka je $A = \{2, 1, 3, -5\}$ i $\rho \subseteq A^2$ data sa $\rho = \{(x, y) \mid y - 2 \geq x + 1\}$. Odrediti skup ρ_1 sa najmanjim brojem uredjenih parova tako da $\rho \cup \rho_1$ bude relacija poretka u skupu A .

Rešenje: $\rho_1 =$

5. Odrediti najveći skup A , $A \subseteq \mathbb{R}$ za koji funkcija $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ i $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ ima osobinu "1-1".

Rešenje: $A =$

$$\text{6. Izračunati: } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{8+n}{n} \right)^{2n+11} =$$

7. Neka je $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{2n^2+2}{2n^2-8} \right)^{3n}$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispituju konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Ako funkcija $f(x) = \begin{cases} \frac{-2x}{\ln(1-3x)}, & x \neq 0 \\ -a+2, & x = 0 \end{cases}$ ima prekid, onda a

9. Ako $f(x) = x^2 \sin(1 - \frac{x}{3})$, onda $f'(x) =$

10. Data je funkcija $f(x) = (3x-2)e^{-6x}$. Nezavisno od domena funkcije, rešiti nejednačinu: $1 - f'(x) > 1$.
Rešenje:

11. Ako $f(x) = \cos 3x - 2x + 1$, onda $f''(\frac{\pi}{3}) =$

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **J3**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

$$\begin{array}{rcl} 2x & + & z = 5 \\ y & + & 2x = 4 \\ z & + & y = 5 \end{array}$$

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

Rešenje: (x, y, z)

2. Ako su $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B^T = \begin{bmatrix} -1 & 12 & 9 \end{bmatrix}$ i $C = BA$, tada je $c_{32} =$

3. Rešiti matricnu jednačinu: $3A + XB = 2X$.

Rešenje: $X =$

4. Neka je $A = \{ab, abc, a, bc, c, cc, aab\}$ i $\rho \subseteq A^2$ data sa $\rho = \{(x, y) \mid x \text{ i } y \text{ su iste dužine}\}$. Odrediti klasu ekvivalencije elementa ab u toj relaciji.

Rešenje: $ab \setminus_{\rho} =$

5. Odrediti najveći skup B , $B \subseteq \mathbb{R}$ za koji je funkcija $f : (-\infty, 1] \rightarrow B$ i $f(x) = -2x^2 + 4x - 9$, bijekcija.

Rešenje: $B =$

6. Izračunati: $\lim_{n \rightarrow \infty} (5^{\frac{2}{n}} - 1)2n =$

7. Neka je $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{3^n}$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispitujete konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Ako funkcija $f(x) = \begin{cases} 5x - 3, & x < 3 \\ a, & x = 3 \\ 3x^2, & x > 3 \end{cases}$ ima prekid, onda a

9. Ako $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\ln x} + 1$, onda $f'(x) =$

10. Data je funkcija $f(x) = x \ln(-2x)$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti nejednačinu: $f'(x) < 0$.

Rešenje:

11. Ako $f(x) = e^{5 - \frac{5}{x}} + xa^5$, onda $f''(5) =$

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **J4**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:
$$\begin{array}{rcl} x & + & y = 1 \\ 2y & - & z = 5 \end{array}$$

Rešenje: (x, y, z)

2. Rešiti jednačinu:
$$\begin{vmatrix} 2x & 1 & -2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 2 & -10 & 6 \end{vmatrix} = x^3 - 2x^2 + x$$

Rešenje:

3. Odrediti rang matrice:
$$\text{rang} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 & -5 \\ 4 & 8 & 1 & 9 & -15 \\ -2 & 5 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

4. Neka je $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 \leq 9\}$ i $\rho \subseteq A^2$ data sa $\rho = \{(x, y) \mid 2 \mid x + y\}$. Odrediti klase ekvivalencije ove relacije.

Rešenje:

5. Odrediti najveći skup B , $B \subseteq \mathbb{R}$ za koji funkcija $f : [-5, +\infty) \rightarrow B$ i $f(x) = -(x + 5)^2$ ima osobinu "na".

Rešenje: $c =$

6. Izračunati:
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - \sqrt{9n^4 - 2n^3}}{-(n-1)(2-n)} =$$

7. Neka je $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{5(n+1)}$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispitujete konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Granična vrednost funkcije:
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \sqrt{x^2 - 9}}{4x + 1} =$$

9. Ako $f(x) = \frac{3x^{-2}}{5 - x^{-3}} + 3$, onda $f'(x) =$

10. Data je funkcija $f(x) = e^{1-e^{-x}}$. Nezavisno od domena funkcije, rešiti nejednačinu: $(1-x)f'(x) \leq 0$.
Rešenje:

11. Ako $f(x) = e^{\frac{3}{3-3x^2}} + 3x$, onda $f''(0) =$

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **J5**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

$$\begin{array}{rrrrrr} -2x & + & 2y & + & 2z & = & 8 \\ 11x & - & 11y & - & 11z & = & -44 \\ 3x & - & 3y & - & 3z & = & -12 \end{array}$$

Rešenje: (x, y, z)

2. Ako su $A^T = [-1 \ 2 \ 3]$, $B = [-5 \ 11]$ i $C = AB$, tada je $c_{21} =$

3. Odrediti inverznu matricu matrice $A^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Rešenje: $A =$

4. Neka je $A = \{3, -5, 1, 2\}$ i $\rho \subseteq A^2$ data $\rho = \{(3, 3), (3, -5), (1, 2), (2, 2), (2, -5), (-5, 3), (-5, 2)\}$. Odrediti skup ρ_1 sa najmanjim brojem uređenih parova tako da $\rho \setminus \rho_1$ bude antisimetrična relacija u skupu A .

Rešenje: $\rho_1 =$

5. Odrediti najveću vrednost parametra c za koju funkcija $f : (-29, 29) \rightarrow (-\infty, c]$ i $f(x) = -(x - 5)^2 - 2$ ima osobinu "na".

Rešenje: $c =$

6. Izračunati: $\lim_{n \rightarrow \infty} -2n^2 \ln(1 + \frac{3}{n^2}) =$

7. Neka je $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{7 - 5n}{(1 - n)(n^2 - 3)}$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispitujete konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Granična vrednost funkcije: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - \sqrt{25x^6 + 1}}{(2 - x)(x^2 - 3)} =$

9. Ako $f(x) = x^2 e^{-\frac{1}{x}} + 2$, onda $f'(x) =$

10. Data je funkcija $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3}}{e^{-3x}}$. Nezavisno od domena funkcije, rešiti nejednačinu: $3 - f'(x) > 3$.
Rešenje:

11. Ako $f(x) = \arctg(e^{-7x}) + xa^7$, onda $f''(0) =$

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **J6**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

$$\begin{array}{rrcr} -5x & - & 5y & + & 5z & = & 10 \\ 2x & + & 2y & - & 2z & = & 4 \\ -3x & - & 3y & + & 3z & = & 6 \end{array}$$

Rešenje: (x, y, z)

2. Ako je $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, tada je $AA^T =$

3. Rešiti matricnu jednačinu: $3X + 4A = 2XB$.

Rešenje: $X =$

4. Neka je $A = \{1, 3, -5, 2\}$ i $\rho \subseteq A^2$ data $\rho = \{(1, 3), (-5, 2), (2, 2), (3, 1), (1, -5), (2, -5)\}$. Odrediti skup ρ_1 sa najmanjim brojem uredjenih parova tako da $\rho \setminus \rho_1$ bude antisimetrična relacija u skupu A .

Rešenje: $\rho_1 =$

5. Odrediti najveći skup A , $A \subseteq \mathbb{R}$ za koji je funkcija $f : A \rightarrow (-\infty, -4]$ i $f(x) = -(x+3)^2 - 4$, bijekcija.

Rešenje: $A =$

6. Izračunati: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{n+1}\right)^{n+1} =$

7. Neka je $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{3n^2 - 1}{(n+1)(4-n)(2-n)(n-3)}$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispitujete konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Granična vrednost funkcije: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-2)\ln(x+1)}{-(x+1)^2} =$

9. Ako $f(x) = 2(x-2) + 3\ln(3-x) - 4\ln^2(4-x)$, onda $f'(x) =$

10. Data je funkcija $f(x) = \frac{5-x}{\ln^3(5-x)}$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti nejednačinu: $f'(x) \leq 0$.

Rešenje:

11. Ako $f(x) = \operatorname{arctg}(x^{-5}) + a^5x + 5a$, onda $f''(1) =$

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **M1**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

$$\begin{array}{rrrrr} -x & + & y & + & 3z & = & 1 \\ -x & + & 2y & + & 4z & = & 3 \\ -x & + & 3y & + & 5z & = & 5. \end{array}$$

Rešenje:

2. Rešiti jednačinu: $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & x \\ 5 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 5.$

Rešenje:

3. Ako je $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ i $C = B \cdot A$, koliko je c_{33} ?

Rešenje:

4. Dat je skup $A = \{1, 2, 3, 4\}$ i relacija $\rho \subseteq A^2$, takva da je $\rho = \{(1, 2), (3, 2), (3, 4)\}$. Ispitati da li data relacija na skupu A ima neka od svojstava: refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost i tranzitivnost i ukoliko ima, navesti koja od njih.

Rešenje:

5. Odrediti skup $B \subseteq \mathbf{R}$ tako da funkcija $f : (-\infty, -2] \rightarrow B$, zadata sa $f(x) = x^2 + 4x + 5$, bude bijekcija.

Rešenje:

6. Izračunati: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n+3}) =$

7. Ispitati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{e^n}$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispituјete konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Odrediti vrednost realnog parametra a , tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} 2x - a, & x \geq 0 \\ a - 2x, & x < 0 \end{cases}$ bude neprekidna u tački $x = 0$.

Rešenje:

9. Izračunati prvi izvod funkcije $f(x) = \frac{1}{(e^x - 1)^2}$.

Rešenje:

10. Data je funkcija: $f(x) = x - 2\sqrt[3]{x^2}$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti jednačinu: $f'(x) = 0$.

Rešenje:

11. Data je funkcija $f(x) = (x - 1) \ln^2(x - 1)$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti nejednačinu: $f''(x) > 0$.

Rešenje:

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **M2**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

$$\begin{array}{rrcr} x & + & 5y & - & 6z & = & 0 \\ 3x & + & 8y & - & 5z & = & 6 \\ 2x & + & 3y & - & 4z & = & 1. \end{array}$$

Rešenje:

2. Ako je $XA + B = 3X + I$, onda je $X =$

3. Odrediti rang matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Rešenje:

4. Dat je skup $A = \{1, 2, 3, 4\}$ i relacija $\rho \subseteq A^2$, takva da je $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (2, 3)\}$. Ispitati da li data relacija na skupu A ima neka od svojstava: refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost i tranzitivnost i ukoliko ima, navesti koja od njih.

Rešenje:

5. Odrediti skup $B \subseteq \mathbf{R}$ tako da funkcija $f : [1, +\infty) \rightarrow B$, zadata sa $f(x) = 3 + 2x - x^2$, bude bijekcija.

Rešenje:

6. Izračunati: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - \sqrt{5 + 3n^2}}{2n^2 + 1} =$

7. Ispitati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n^3 + 1}$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispitujete konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Odrediti vrednost realnog parametra a , tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} xe^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ 2a + x, & x \geq 0 \end{cases}$ bude neprekidna u tački $x = 0$.

Rešenje:

9. Izračunati prvi izvod funkcije $f(x) = \frac{x^2}{e^{2x}}$.

Rešenje:

10. Data je funkcija: $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 2}}$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti nejednačinu: $f'(x) > 0$.

Rešenje:

11. Data je funkcija $f(x) = (x + 1)^2(x + 4)^2$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti jednačinu: $f''(x) = 0$.

Rešenje:

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **M3**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

$$\begin{array}{rrrrrr} 2x & - & y & + & z & = & 0 \\ -2x & + & y & + & z & = & 2. \end{array}$$

Rešenje:

2. Odrediti vrednost realnog parametra a , tako da važi:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & a \\ -1 & 0 & a \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Rešenje:

3. Date su matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Izračunati matricu $C = A \cdot B$.

Rešenje:

4. Dat je skup $A = \{1, 2, 3, 4\}$ i relacija $\rho \subseteq A^2$, takva da je $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (4, 1)\}$. Ispitati da li data relacija na skupu A ima neka od svojstava: refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost i tranzitivnost i ukoliko ima, navesti koja od njih.

Rešenje:

5. Odrediti skup $B \subseteq \mathbf{R}$ tako da funkcija $f : (-\infty, -3] \rightarrow B$, zadata sa $f(x) = -x^2 - 6x - 9$, bude bijekcija.

Rešenje:

6. Izračunati: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n-2} =$

7. Ispitati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right)$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispituju konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Odrediti vrednost realnog parametra a , tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{3x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ ima prekid u tački $x = 0$.

Rešenje:

9. Izračunati prvi izvod funkcije $f(x) = x - 2\sqrt[3]{x^2}$.

Rešenje:

10. Data je funkcija: $f(x) = \frac{x-1}{\ln^2(x-1)}$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti nejednačinu: $f'(x) > 0$.

Rešenje:

11. Data je funkcija $f(x) = \frac{1}{(e^x - 1)^2}$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti jednačinu: $f''(x) = 0$.

Rešenje:

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: M4

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

$$\begin{array}{rrrrrr} x & + & y & - & 2z & = & 0 \\ x & - & 3y & + & 2z & = & 0 \\ 4x & - & y & - & 3z & = & 0. \end{array}$$

Rešenje:

2. Odrediti algebarski kofaktor mesta (2,3) u matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Rešenje:

3. Ako je $X^{-1}A = B$, onda je $X =$

4. Dat je skup $A = \{1, 2, 3, 4\}$ i relacija $\rho \subseteq A^2$, takva da je $\rho = \{(1, 3), (3, 1), (3, 3)\}$. Ispitati da li data relacija na skupu A ima neka od svojstava: refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost i tranzitivnost i ukoliko ima, navesti koja od njih.

Rešenje:

5. Odrediti skup $B \subseteq \mathbf{R}$ tako da funkcija $f : (-\infty, -2] \rightarrow B$, zadata sa $f(x) = -x^2 - 4x - 5$, bude bijekcija.

Rešenje:

6. Izračunati: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n}{n-1} \right)^{n-2} =$

7. Ispitati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispitujete konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Odrediti vrednost realnog parametra a , tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - 1}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ bude neprekidna u tački $x = 0$.

Rešenje:

9. Izračunati prvi izvod funkcije $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 2}}$.

Rešenje:

10. Data je funkcija: $f(x) = (x+1)^2(x+4)^2$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti nejednačinu: $f'(x) > 0$.

Rešenje:

11. Data je funkcija $f(x) = \frac{x^2}{e^{2x}}$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti jednačinu: $f''(x) = 0$.

Rešenje:

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **M5**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

$$\begin{array}{rrrrrcl} -x & + & y & - & z & = & -1 \\ x & - & y & - & z & = & 1 \\ x & - & y & + & z & = & -1. \end{array}$$

Rešenje:

2. Rešiti jednačinu: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & x \end{vmatrix} = 0.$

Rešenje:

3. Date su matrice $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$. Izračunati matricu $C = A \cdot B$.

Rešenje:

4. Dat je skup $A = \{1, 2, 3, 4\}$ i relacija $\rho \subseteq A^2$, takva da je $\rho = \{(1, 2), (3, 1), (2, 4), (4, 3)\}$. Ispitati da li data relacija na skupu A ima neka od svojstava: refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost i tranzitivnost i ukoliko ima, navesti koja od njih.

Rešenje:

5. Odrediti skup $B \subseteq \mathbf{R}$ tako da funkcija $f : [\frac{5}{2}, +\infty) \rightarrow B$, zadata sa $f(x) = x^2 - 5x + 6$, bude bijekcija.

Rešenje:

6. Izračunati: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} - \dots + (-1)^n \frac{1}{2^n} \right) =$

7. Ispitati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispitujete konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Odrediti vrednost realnog parametra a , tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 3x}{4x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ bude neprekidna u tački $x = 0$.

Rešenje

9. Izračunati prvi izvod funkcije $f(x) = \frac{x-1}{\ln^2(x-1)}$.

Rešenje:

10. Data je funkcija: $f(x) = \frac{1}{(e^x - 1)^2}$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti nejednačinu: $f'(x) > 0$.

Rešenje:

11. Data je funkcija $f(x) = x - 2\sqrt[3]{x^2}$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti jednačinu: $f''(x) = 0$.

Rešenje:

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **M6**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

$$\begin{array}{rrrrrrcl} 2x & + & y & + & z & = & -1 \\ -x & + & y & + & 2z & = & 3 \\ 3x & + & 2y & + & 4z & = & 1. \end{array}$$

Rešenje:

2. Odrediti vrednost realnog parametra a , tako da važi: $\begin{vmatrix} 212 & 106 & a \\ 424 & 212 & 106 \\ 636 & 318 & 106 \end{vmatrix} \neq 0$.

Rešenje:

3. Odrediti algebarski kofaktor mesta $(3,2)$ u matrici $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Rešenje:

4. Dat je skup $A = \{1, 2, 3, 4\}$ i relacija $\rho \subseteq A^2$, takva da je $\rho = \{(1, 4), (4, 1), (1, 2), (2, 1), (4, 2), (2, 4)\}$. Ispitati da li data relacija na skupu A ima neka od svojstava: refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost i tranzitivnost i ukoliko ima, navesti koja od njih.

Rešenje:

5. Odrediti skup $B \subseteq \mathbf{R}$ tako da funkcija $f : [1, +\infty) \rightarrow B$, zadata sa $f(x) = (x - 1)^2 - 4$, bude bijekcija.

Rešenje:

6. Izračunati: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{7^n} \right) =$

7. Ispitati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}\sqrt{n+2}}$. (Obavezno navedite kriterijum i graničnu vrednost niza, na osnovu kojih ispituju konvergenciju datog reda.)

Rešenje:

8. Odrediti vrednost realnog parametra a , tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} a+x, & x \geq 0 \\ 2\frac{|x|}{x}, & x < 0 \end{cases}$ bude neprekidna u tački $x = 0$.

Rešenje:

9. Izračunati prvi izvod funkcije $f(x) = (x+1)^2(x+4)^2$.

Rešenje:

10. Data je funkcija: $f(x) = \frac{x^2}{e^{2x}}$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti nejednačinu: $f'(x) > 0$.

Rešenje:

11. Data je funkcija $f(x) = \ln \sqrt{x} + x^2$. U oblasti definisanosti date funkcije, rešiti jednačinu: $f''(x) = 0$.

Rešenje: