

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: М4

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:
$$\begin{array}{rclcl} x & + & y & - & z & = & 1 \\ x & + & y & & & = & 1 \\ & & & & z & = & e^{\ln 2}. \end{array}$$

Решење: $(x, y, z) \in \emptyset$

2. Одредити ранг матрице: $\text{rang} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} = 3$

3. Апроксимирајући прираштај функције њеним диференцијалом, одредити приближну вредност за $\arctg(-0,01)$.

Решење: $\arctg(-0,01) \approx -0,01$

4. Апроксимирати функцију $y = \frac{1}{1-2x}$ Маклореновим полиномом другог степена.

Решење: $\frac{1}{1-2x} \approx 1 + 2x + 4x^2$

5. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 0+} 2x^{2x} = 2$

6. Одредити понашање функције $y = \frac{1}{1-2x}$ у околини рубних тачака домена (асимптоте функције).

Решење:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{1-2x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^{\pm}} = \pm\infty$$

7. Одредити интервале у којима функција $y = \frac{1}{1-2x}$ расте, односно опада, као и њене локалне екстремне вредности.

Решење: Функција монотонно расте на скуповима $(-\infty, \frac{1}{2})$ и $(\frac{1}{2}, +\infty)$. Функција нема локалних екстрема.

8. Одредити интервале у којима је функција $y = \frac{1}{1-2x}$ конвексна, односно конкавна, као и њене превојне тачке.

Решење: Функција је конвексна навише (\cup) на скупу $(-\infty, \frac{1}{2})$, а конвексна наниже (\cap) на скупу $(\frac{1}{2}, +\infty)$. Функција нема превојних тачака.

9. Израчунати $\int \sin^2 2x \, dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{8} \sin(4x) + C$

10. Израчунати $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\arcsin 2x}{\sqrt{1-4x^2}} \, dx = \frac{\pi^2}{144}$

11. Одредити коефицијент правца нормале криве $\begin{cases} x = 2t^2 + t, \\ y = e^t \end{cases}$ у тачки $(0,1)$.

Решење: $k = -1$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: **J6**

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rcl} x & - & y \\ & & z \end{array} \begin{array}{rcl} & & = 7 \\ & = & 1 \end{array}.$$

Решење: $(x, y, z) = (\alpha + 1, \alpha, 7), \alpha \in \mathbb{R}$

2. Ранг матрице $\begin{pmatrix} 2 & 28 & -28 & -12 \\ 3 & 34 & -34 & -16 \\ 1 & 6 & -6 & -4 \\ 1 & 14 & -14 & -6 \end{pmatrix}$ је 2

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \left(\frac{x-5}{x} \right)^{\frac{x}{6}} = -\frac{5}{6}$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = (5x-2)e^{5-x}$ Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $x = 5$.

Решење: $f(x) = (5x-2)e^{5-x} \approx 23 - 18(x-5) + \frac{13}{2}(x-5)^2$

5. Испитати монотонију и одредити локалне екстреме функције $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$.

Решење: Функција монотono расте на скупу $(e^2, +\infty)$, а монотono опада на скупу $(0, e^2)$.

$$f_{loc.min} = f(e^2) = -\frac{1}{e^2}$$

6. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$.

Решење: Функција је конвексна навише (\cup) на скупу $(0, e^2\sqrt{e})$. Функција је конвексна наниже (\cap) на скупу $(e^2\sqrt{e}, +\infty)$. Превојна тачка функције: $(e^2\sqrt{e}, \frac{5}{2e^2\sqrt{e}})$.

7. Испитати понашање функције $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$ на рубовима области дефинисаности.

Решење:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \ln x}{x} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \ln x}{x} = 0$$

8. Израчунати: $\int \frac{3}{x^2 - 2x + 3} dx = \frac{3}{\sqrt{2}} \arctg \frac{x-1}{\sqrt{2}} + C$

9. Израчунати: $\int_2^3 (5^x - \sqrt[3]{(1-x)^2}) dx = \frac{100}{\ln 5} + \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot 2^{\frac{5}{3}}$

10. Одредити угао који заклапа нормала криве $y = x^4 - x^2 + x + 3$ у тачки $(-1, 2)$ са x -осом.

Решење: $\alpha = \frac{\pi}{4}$

11. Наћи први извод функције $y(x)$, ако је $\sin \frac{y}{x} = \frac{x}{y} - 1$

Решење:

$$y'_x = \frac{\frac{y}{x^2} \cos \frac{y}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} + \frac{x}{y^2}}, \quad \frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} + \frac{x}{y^2} \neq 0$$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: **J4**

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rcl} x & & = 7 \\ y + z & = & 2 \end{array}.$$

Решење: $(x, y, z) = (7, 2 - \alpha, \alpha), \alpha \in \mathbb{R}$

2. Ранг матрице $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 \\ -1 & -3 & -1 & -2 \\ 1 & -7 & -3 & 2 \\ 0 & -10 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ је 2

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - e^x + x^2}{5x} = -\frac{2}{5}$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = \ln(1 + e^{4-2x})$ Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $x = 2$.

Решење: $f(x) = \ln(1 + e^{4-2x}) \approx \ln 2 - (x - 2) + \frac{1}{2}(x - 2)^2$

5. Испитати монотонију и одредити локалне екстреме функције $f(x) = (x^2 + x)(x - 2)$.

Решење: Функција монотono расте на скуповима $(-\infty, \frac{1-\sqrt{7}}{3})$ и $(\frac{1+\sqrt{7}}{3}, +\infty)$, а монотono опада на скупу $(\frac{1-\sqrt{7}}{3}, \frac{1+\sqrt{7}}{3})$.

$$f_{loc.min} = f(\frac{1+\sqrt{7}}{3}), \quad f_{loc.max} = f(\frac{1-\sqrt{7}}{3})$$

6. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $f(x) = (x^2 + x)(x - 2)$.

Решење: Функција је конвексна навише (\cup) на скупу $(\frac{1}{3}, +\infty)$. Функција је конвексна наниже (\cap) на скупу $(-\infty, \frac{1}{3})$. Превојна тачка функције: $(\frac{1}{3}, -\frac{20}{27})$.

7. Испитати понашање функције $f(x) = xe^{\frac{1}{x^2}}$ на рубу области дефинисаности.

Решење: Функција има косу асимптоту $y = x$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^{\pm}} xe^{\frac{1}{x^2}} = \pm\infty$$

8. Израчунати: $\int \frac{3x+2}{x^2-5x+4} dx = \frac{14}{3} \ln(x-4) - \frac{5}{3} \ln(x-1) + C$

9. Израчунати: $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\sin x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{2}$

10. Одредити коефицијент правца тангенте криве $y = \arcsin \frac{x-1}{2}$ у тачки $(1, 0)$.

Решење: $k = \frac{1}{2}$

11. Користећи диференцијал функције израчунати: $\sqrt[6]{1,017} \approx$

Решење: $\sqrt[6]{1,017} \approx 1,0028$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: **Д1**

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:
$$\begin{array}{rrrrrr} 2x & - & 3y & + & 4z & = & -5 \\ 6y & - & 2z & - & 2x & = & 10 \end{array} .$$

Решење: (x, y, z)

2. Ако је функција $f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x < 1 \\ 4, & x = 1 \\ x^2 + 4, & x > 1 \end{cases}$ прекидна, онда a

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) =$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = (x^2 - 5x)e^{3-3x}$ Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $x = 1$.

Решење:

5. Ако $f : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ и $f(x) = x^2 e^{-x}$, одредити највећу и најмању вредност функције $f(x)$.

Решење:

6. Испитати понашање функције $y = \frac{x^2}{2-x}$ на рубу области дефинисаности.

Решење:

7. Испитати монотонију и одредити локалне екстремне вредности функције: $y = \frac{x^2}{2-x}$.

Решење:

8. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $\frac{x^2}{2-x}$.

Решење:

9. Израчунати: $\int (2x-1) \cos \frac{x}{3} dx =$

10. Израчунати: $\int_0^1 (3x^2 + 2e^{-2x}) dx =$

11. Одредити једначину тангенте на график функције $y = x^3 - 4x^2 + 3$ која пролази кроз тачку на $M(1, y(1))$.

Решење: $t :$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: Д2

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rrcr} 2x & - & y & + & 2z & = & 0 \\ -2x & - & 3y & + & 4z & = & 0 \\ 2x & - & 5y & + & 8z & = & 0 \end{array} .$$

Решење: (x, y, z)

2. Ако је функција $f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x < 1 \\ x^2 + 4, & x > 1 \end{cases}$ прекидна, онда a

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right) =$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = (1 - x^2) \cos(2x)$ Маклореновим полиномом другог степена.

Решење:

5. Ако $f : [\frac{1}{e}, e] \rightarrow \mathbb{R}$ и $f(x) = x^2 \ln x$, одредити највећу и најмању вредност функције $f(x)$.

Решење:

6. Испитати понашање функције $y = (x^2 - 2x)e^x$ на рубу области дефинисаности.

Решење:

7. Испитати монотонију и одредити локалне екстремне вредности функције: $y = \frac{x^3}{1 - x}$.

Решење:

8. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $y = \frac{x^3}{1 - x}$.

Решење:

9. Израчунати: $\int \frac{4x^2 - 8x + 1}{x - 1} dx =$

10. Израчунати: $\int_0^{\frac{1}{2}} (2 + \pi \cos(\pi x)) dx =$

11. Ако је $y = -2x^4 + x^3 - 5x^2 - x + a^2$, тада је $d^2y(2) =$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: ДЗ

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Дат је систем линеарних једначина.
$$\begin{array}{rrcr} 2x & - & 3y & + & z & = & 1 \\ x & + & 6y & - & 2z & = & 4 \\ x & + & 3y & - & 3z & = & -2 \end{array}$$
 . Одредити ранг проширене матрице датог система.

Решење: $\text{rang}(A_p) =$

2. Ако је функција $f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x < 1 \\ 4, & x = 1 \\ x^2 + 4, & x > 1 \end{cases}$ непрекидна, онда a

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 1^-} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2} =$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 2}$ Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $x = 3$.

Решење:

5. Ако $f : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ и $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$, одредити највећу и најмању вредност функције $f(x)$.

Решење:

6. Испитати понашање функције $y = \frac{x + 2}{x^2 - 8x + 15}$ на рубу области дефинисаности.

Решење:

7. Испитати монотонију и одредити локалне екстремне вредности функције: $y = \frac{e^x}{x - 2}$.

Решење:

8. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $y = \frac{e^x}{x - 2}$.

Решење:

9. Израчунати: $\int (2x - 3)e^{-x} dx =$

10. Израчунати: $\int_0^1 \left(3 - \frac{1}{2 - x} \right) dx =$

11. Ако је $x = 2t - 8$ и $y = \frac{t^4}{4} + 4t + 1$, тада је $y'_x(0) =$

Решење:

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: Д4

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rrrrrr} 2x & - & 3y & + & 4z & = & -5 \\ 6y & - & 2z & - & 2x & = & 10 \\ -3y & + & z & + & x & = & 5 \end{array} .$$

Решење: (x, y, z)

2. Ако је функција $f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x < 2 \\ 2, & x = 2 \\ x^2 + 4, & x > 2 \end{cases}$ прекидна, онда a

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{x} \right) =$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = (x^2 + 1) \ln(3 - x)$ Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $x = 2$.

Решење:

5. Ако $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ и $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{-x-1}$, одредити највећу и најмању вредност функције $f(x)$.

Решење:

6. Испитати понашање функције $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{1 - x}$ на рубу области дефинисаности.

Решење:

7. Испитати монотонију и одредити локалне екстремне вредности функције: $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{1 - x}$.

Решење:

8. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{1 - x}$.

Решење:

9. Израчунати: $\int (4x - 1) \sin \frac{x}{2} dx =$

10. Израчунати: $\int_0^2 (4x + 2e^{-3x+6}) dx =$

11. Одредити једначину нормале на график функције $y = x^4 - 4x^3 + 3x + 1$ која пролази кроз тачку на $M(-1, y(-1))$.

Решење: $n :$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: Д5

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rrcr} 2x & - & y & + & 2z & = & 1 \\ -2x & - & 3y & + & 4z & = & 2 \\ 2x & - & 5y & + & 8z & = & 4 \end{array}$$

Решење: (x, y, z)

2. Ако је функција $f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x < 1 \\ x^2 + 4, & x > 1 \end{cases}$ непрекидна, онда a

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right) =$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = (1 - x) \sin \frac{x}{2}$ Маклореновим полиномом другог степена.

Решење:

5. Ако $f : [1, e^2] \rightarrow \mathbb{R}$ и $f(x) = x - 2 \ln x$, одредити највећу и најмању вредност функције $f(x)$.

Решење:

6. Испитати понашање функције $y = \frac{2x^3 - 1}{x^2 + 4}$ на рубу области дефинисаности.

Решење:

7. Испитати монотонију и одредити локалне екстремне вредности функције: $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$.

Решење:

8. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$.

Решење:

9. Израчунати: $\int \frac{8x - 4}{4 - x^2} dx =$

10. Израчунати: $\int_0^{\frac{1}{2}} (2 + \pi \sin(\pi x)) dx =$

11. Ако је $y = -2x^4 + \frac{x^3}{2 - x} + a^2$, тада је $dy(-2) =$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: Д6

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Дат је систем линеарних једначина.
$$\begin{array}{rrcr} 2x & - & 3y & + & 2z & = & 1 \\ x & + & 6y & - & 2z & = & 4 \\ x & + & 3y & - & 3z & = & -2 \end{array}$$
 . Одредити ранг матрице датог система.

Решење: $\text{rang}(A) =$

2. Ако је функција $f(x) = \begin{cases} 2ax + 5, & x < 2 \\ 3x^2 - 3, & x > 2 \end{cases}$ непрекидна, онда a

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 2} (2 - x) \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{4} \right) =$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = x^2 - 4x + 6x - 3$ Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $x = 4$.

Решење:

5. Ако $f : [-4, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ и $f(x) = x^3 e^x$, одредити највећу и најмању вредност функције $f(x)$.

Решење:

6. Испитати понашање функције $y = \frac{x+3}{x^2-6x+8}$ на рубу области дефинисаности.

Решење:

7. Испитати монотонију и одредити локалне екстремне вредности функције: $y = (x^2 + 3x + 2)(x - 1)$.

Решење:

8. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $y = (x^2 + 3x + 2)(x - 1)$.

Решење:

9. Израчунати: $\int (2x - 3)e^{\frac{x}{2}} dx =$

10. Израчунати: $\int_0^1 \left(3x^2 - \frac{1}{4-2x} \right) dx =$

11. Ако је $x^2 + \sin \frac{2x}{y} = y^2 + 5$, тада је $y'_x =$

Решење:

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: **J1**

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rccccrcl} x & + & y & - & z & = & 2 \\ & & y & & & = & 1 \end{array}.$$

Решење: (x, y, z)

2. Ранг матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ је

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow -\infty} -5x(2^{\frac{5}{x}} - 1) =$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = -\sin^4(2x)$ Маклореновим полиномом другог степена.

Решење:

5. Испитати монотонију и одредити локалне екстреме функције $f(x) = \sqrt[4]{x - x^2}$.

Решење:

6. Испитати понашање функције $f(x) = -\frac{x^2 - x}{x + 2}$ на рубу области дефинисаности.

Решење:

7. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $f(x) = \sqrt[4]{x - x^2}$.

Решење:

8. Израчунати: $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos 2x}} dx =$

9. Израчунати: $\int_e^{e^3} x \ln x dx =$

10. Одредити највећу и најмању вредност функције $f(x) = \ln(x^2 - 6x + 10)$ на сегменту $[2, 5]$.

Решење:

11. Користећи диференцијал функције израчунати: $\sqrt[8]{1,005} \approx$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: **J2**

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решти систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{ccccccc} & y & & & & & = 2 \\ x & + & y & - & z & = & 6 \end{array}.$$

Решење: (x, y, z)

2. Ранг матрице $\begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & -5 & -3 \\ 6 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ је

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin 5x + 1)}{4x} =$

4. Користећи Маклоренову формулу, апроксимирати функцију $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$ полиномом другог степена.

Решење:

5. Испитати монотонију и одредити локалне екстреме функције $f(x) = (x+3)e^x$.

6. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $f(x) = (x+3)e^x$.

Решење:

7. Испитати понашање функције $f(x) = (x+3)e^{-x}$ на рубу области дефинисаности.

Решење:

8. Израчунати: $\int 2x \operatorname{arctg} x dx =$

9. Израчунати: $\int_{\sqrt[3]{\ln 3}}^{\sqrt[3]{\ln 4}} 2x^2 e^{x^3} dx =$

10. Одредити највећу и најмању вредност функције $f(x) = (x-5) \ln^2(x-5)$ на сегменту $[6, 9]$.

Решење:

11. Користећи диференцијал функције израчунати: $\sqrt[14]{1,014} \approx$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: **ЈЗ**

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 6 \\ & & & & z & = & 2 \end{array}.$$

Решење: (x, y, z)

2. Ранг матрице $\begin{pmatrix} 0 & -2 & -4 & -6 \\ -2 & -1 & -3 & 2 \\ -2 & 3 & -7 & -4 \\ -2 & -1 & -15 & -16 \end{pmatrix}$ је

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2x - \pi} =$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = \cos(e^{2x} - 1)$ Маклореновим полиномом другог степена.

Решење:

5. Испитати монотонију и одредити локалне екстреме функције $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

Решење:

6. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

Решење:

7. Испитати понашање функције $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}}$ на рубовима области дефинисаности.

Решење:

8. Израчунати: $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} dx =$

9. Израчунати: $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (10e^{-5x} - 3\sin(3x)) dx =$

10. Одредити највећу и најмању вредност функције $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$ на сегменту $[1, 5]$

Решење:

11. Користећи диференцијал функције израчунати: $\sqrt[4]{1,018} \approx$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: **J4**

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & & & & & & = & 7 \\ & y & + & z & = & 2 & . \end{array}$$

Решење: (x, y, z)

2. Ранг матрице $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 \\ -1 & -3 & -1 & -2 \\ 1 & -7 & -3 & 2 \\ 0 & -10 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ је

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - e^x + x^2}{5x} =$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = \ln(1 + e^{4-2x})$ Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $x = 2$.

Решење:

5. Испитати монотонију и одредити локалне екстреме функције $f(x) = (x^2 + x)(x - 2)$.

Решење:

6. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $f(x) = (x^2 + x)(x - 2)$.

Решење:

7. Испитати понашање функције $f(x) = xe^{\frac{1}{x^2}}$ на рубу области дефинисаности.

Решење:

8. Израчунати: $\int \frac{3x + 2}{x^2 - 5x + 4} dx =$

9. Израчунати: $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\sin x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx =$

10. Одредити коефицијент правца тангенте криве $y = \arcsin \frac{x-1}{2}$ у тачки $(1, 0)$.

Решење:

11. Користећи диференцијал функције израчунати: $\sqrt[6]{1,017} \approx$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: **J5**

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rcl} & y & = 10 \\ x & - z & = 1 \end{array}.$$

Решење: (x, y, z)

2. Ранг матрице $\begin{pmatrix} -9 & -7 & 7 & 9 \\ = 1 & 2 & 2 & -1 \\ 10 & 5 & -9 & -8 \\ 11 & 3 & -11 & -7 \end{pmatrix}$ је

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{5x} - 1}{3x} =$

4. Тејлоровим полиномом другог степена апроксимирати функцију $f(x) = \frac{4x - x^2}{x + 2}$ у околини тачке $x = -1$.

Решење:

5. Испитати монотонију и одредити локалне екстреме функције $f(x) = (x^2 - 4x + 3)e^x$.

Решење:

6. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $f(x) = (x^2 - 4x + 3)e^x$.

Решење:

7. Испитати понашање функције $f(x) = (x^2 - 4x + 3)e^x$ на рубовима области дефинисаности.

Решење:

8. Израчунати: $\int (2x - 1) \cos \frac{x}{2} dx =$

9. Израчунати: $\int_2^3 (e^{-2x} + \sqrt[5]{x}) dx =$

10. Одредити угао који заклапа тангента криве $y = x^3 - 2x + 1$ у тачки $(1, 0)$ са x -осом.

Решење: $\alpha =$

11. Ако $x = -2e^{-3t}$ и $y = \ln(t^3 + 3t - 2)$, онда $y'_x(-2) =$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ознака задатка: **Ј6**

Име, презиме и број досијеа: _____

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rcl} x & - & y & & z & = & 7 \\ & & & & & = & 1 \end{array}.$$

Решење: (x, y, z)

2. Ранг матрице $\begin{pmatrix} 2 & 28 & -28 & -12 \\ 3 & 34 & -34 & -16 \\ 1 & 6 & -6 & -4 \\ 1 & 14 & -14 & -6 \end{pmatrix}$ је

3. Израчунати: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \left(\frac{x-5}{x} \right)^{\frac{x}{6}} =$

4. Апроксимирати функцију $f(x) = (5x-2)e^{5-x}$ Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $x = 5$.

Решење:

5. Испитати монотонију и одредити локалне екстреме функције $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$.

Решење:

6. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$.

Решење:

7. Испитати понашање функције $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$ на рубовима области дефинисаности.

Решење:

8. Израчунати: $\int \frac{3}{x^2 - 2x + 3} dx =$

9. Израчунати: $\int_2^3 (5^x - \sqrt[3]{(1-x)^2}) dx =$

10. Одредити угао који заклапа нормала криве $y = x^4 - x^2 + x + 3$ у тачки $(-1, 2)$ са x -осом.

Решење: $\alpha =$

11. Наћи први извод функције $y(x)$, ако је $\sin \frac{y}{x} = \frac{x}{y} - 1$

Решење: $y'_x =$

DRUGI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **M1**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

$$\begin{array}{rclcl} x & + & y & - & \ln e^{2z} & = & 3 \\ & & y & & & = & 3 \sin \frac{\pi}{2}. \end{array}$$

Rešenje: (x, y, z)

2. Odrediti rang matrice: $\text{rang} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix} =$

3. Aproksimirajući priraštaj funkcije njenim diferencijalom, odrediti približnu vrednost za $e^{0,02}$.

Rešenje: $e^{0,02} \approx$

4. Aproksimirati funkciju $y = \ln(1 + 2x)$ Maklorenovim polinomom drugog stepena.

Rešenje: $\ln(1 + 2x) \approx$

5. Za $x > 0$, izračunati $((2x)^{2x})' =$

6. Odrediti ponašanje funkcije $y = \ln(1 + 2x)$ u okolini rubnih tačaka domena (asimptote funkcije).

Rešenje:

7. Odrediti intervale u kojima funkcija $y = \ln(1 + 2x)$ raste, odnosno opada, kao i njene lokalne ekstremne vrednosti.

Rešenje:

8. Odrediti intervale u kojima je funkcija $y = \ln(1 + 2x)$ konveksna, odnosno konkavna, kao i njene prevojne tačke.

Rešenje:

9. Izračunati $\int \frac{x^3 + 4x + 1}{x^2 + 4} dx =$

10. Izračunati $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + 2 \cos 2x) dx =$

11. Odrediti koeficijent pravca tangente krive $e^{x+y} + xy - 1 = 0$ u tački $(0, 0)$.

Rešenje: $k =$

DRUGI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **M2**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:
$$\begin{aligned} \ln e^{2x} + y - z &= 1 \\ z &= \ln 1. \end{aligned}$$

Rešenje: (x, y, z)

2. Odrediti rang matrice:
$$\text{rang} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 2 \\ 3 & 6 & 9 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} =$$

3. Aproksimirajući priraštaj funkcije njenim diferencijalom, odrediti približnu vrednost za $\ln 1,02$.

Rešenje: $\ln 1,02 \approx$

4. Koristeći Tejlorovu formulu, razložiti polinom $P(x) = x^2 + x + 1$ po stepenima binoma $x - 1$.

Rešenje: $x^2 + x + 1 =$

5. Izračunati: $\lim_{x \rightarrow 0_+} (2x)^{2x} =$

6. Odrediti ponašanje funkcije $y = y = \ln(2x - 1)$ u okolini rubnih tačaka domena (asimptote funkcije).

Rešenje:

7. Odrediti intervale u kojima funkcija $y = y = \ln(2x - 1)$ raste, odnosno opada, kao i njene lokalne ekstremne vrednosti.

Rešenje:

8. Odrediti intervale u kojima je funkcija $y = y = \ln(2x - 1)$ konveksna, odnosno konkavna, kao i njene prevojne tačke.

Rešenje:

9. Izračunati $\int \frac{6x + 3x^2}{x^3 + 3x^2 + 1} dx =$

10. Izračunati $\int_0^1 x e^x dx =$

11. Odrediti koeficijent pravca normale krive $e^{x+y} + xy - 1 = 0$ u tački $(0, 0)$.

Rešenje: $k =$

DRUGI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **M3**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:
$$\begin{array}{rclcl} x \sin \frac{3\pi}{2} & + & z & = & 2 \\ & & y & = & \ln e^2. \end{array}$$

Rešenje: (x, y, z)

2. Odrediti rang matrice: $\text{rang} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} =$

3. Aproksimirajući priraštaj funkcije njenim diferencijalom, odrediti približnu vrednost za $\arctg 0,01$.

Rešenje: $\arctg 0,01 \approx$

4. Aproksimirati funkciju $y = \frac{1}{1-2x}$ Tejlorovim polinomom drugog stepena u okolini tačke $x = 1$.

Rešenje: $\frac{1}{1-2x} \approx$

5. Za $x > 0$, izračunati: $(2x^{2x})' =$

6. Odrediti ponašanje funkcije $y = \frac{3x}{1+x^3}$ u okolini rubnih tačaka domena (asimptote funkcije).

Rešenje:

7. Odrediti intervale u kojima funkcija $y = 1 + x^2 - \frac{1}{2}x^4$ raste, odnosno opada, kao i njene lokalne ekstremne vrednosti.

Rešenje:

8. Odrediti intervale u kojima je funkcija $y = 1 + x^2 - \frac{1}{2}x^4$ konveksna, odnosno konkavna, kao i njene prevojne tačke.

Rešenje:

9. Izračunati $\int \frac{dx}{\sin 2x} =$

9. Izračunati $\int_{\ln 2}^{\ln 4} (e^x + e^{2x}) dx =$

11. Odrediti koeficijent pravca tangente krive $\begin{cases} x = 2t^2 + t, \\ y = e^t \end{cases}$ u tački $(0, 1)$.

Rešenje: $k =$

DRUGI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **M4**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:
$$\begin{array}{rcccccl} x & + & y & - & z & = & 1 \\ x & + & y & & & = & 1 \\ & & & & z & = & e^{\ln 2}. \end{array}$$

Rešenje: (x, y, z)

2. Odrediti rang matrice: $\text{rang} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} =$

3. Aproximirajući priraštaj funkcije njenim diferencijalom, odrediti približnu vrednost za $\arctg(-0,01)$.

Rešenje: $\arctg(-0,01) \approx$

4. Aproximirati funkciju $y = \frac{1}{1-2x}$ Maklorenovim polinomom drugog stepena.

Rešenje: $\frac{1}{1-2x} \approx$

5. Izračunati: $\lim_{x \rightarrow 0+} 2x^{2x} =$

6. Odrediti ponašanje funkcije $y = \frac{1}{1-2x}$ u okolini rubnih tačaka domena (asimptote funkcije).

Rešenje:

7. Odrediti intervale u kojima funkcija $y = \frac{1}{1-2x}$ raste, odnosno opada, kao i njene lokalne ekstremne vrednosti.

Rešenje:

8. Odrediti intervale u kojima je funkcija $y = \frac{1}{1-2x}$ konveksna, odnosno konkavna, kao i njene prevojne tačke.

Rešenje:

9. Izračunati $\int \sin^2 2x \, dx =$

10. Izračunati $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\arcsin 2x}{\sqrt{1-4x^2}} \, dx =$

11. Odrediti koeficijent pravca normale krive $\begin{cases} x = 2t^2 + t, \\ y = e^t \end{cases}$ u tački $(0,1)$.

Rešenje: $k =$

DRUGI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **M5**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:
$$\begin{array}{rrrrrr} x \cdot \sin \pi & + & y & - & z & = & 2 \\ x & - & y & + & z & = & 3. \end{array}$$

Rešenje: (x, y, z)

2. Odrediti rang matrice: $\text{rang} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$

3. Aproksimirajući priraštaj funkcije njenim diferencijalom, odrediti približnu vrednost za $\arcsin 0,01$.

Rešenje: $\arcsin 0,01 \approx$

4. Aproksimirati funkciju $y = \sqrt{1-2x}$ Maklorenovim polinomom drugog stepena.

Rešenje: $\sqrt{1-2x} \approx$

5. Za $x > 0$, izračunati $(2x^x)'$

6. Odrediti ponašanje funkcije $y = \frac{x^3}{1+x+x^2}$ u okolini rubnih tačaka domena (asimptote funkcije).

Rešenje:

7. Odrediti intervale u kojima funkcija $y = (x-1)^2(1-2x)$ raste, odnosno opada, kao i njene lokalne ekstremne vrednosti.

Rešenje:

8. Odrediti intervale u kojima je funkcija $y = (x-1)^2(1-2x)$ konveksna, odnosno konkavna, kao i njene prevojne tačke.

Rešenje:

9. Izračunati $\int x \sin x \, dx =$

10. Izračunati $\int_0^3 \sqrt{x+1} \, dx =$

11. Odrediti koeficijent pravca tangente krive $\ln(x+y) - \frac{x}{y} - 1 = 0$ u tački $(0, e)$.

Rešenje: $k =$

DRUGI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

Oznaka zadatka: **M6**

Ime, prezime i broj dosijea: _____

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:
$$\begin{array}{rrrrrr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ x \ln e & + & y & + & z \cdot 2^0 & = & 2. \end{array}$$

Rešenje: (x, y, z)

2. Odrediti rang matrice: $\text{rang} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} =$

3. Aproksimirajući priraštaj funkcije njenim diferencijalom, odrediti približnu vrednost za $\arccos 0,01$.

Rešenje: $\arccos 0,01 \approx$

4. Aproksimirati funkciju $y = \sqrt{3-2x}$ Tejlorovim polinomom drugog stepena u okolini tačke $x = -\frac{1}{2}$.

Rešenje: $\sqrt{3-2x} \approx$

5. Izračunati: $\lim_{x \rightarrow 0+} 2x^x =$

6. Odrediti ponašanje funkcije $y = \frac{1}{\sqrt{3-2x}}$ u okolini rubnih tačaka domena (asimptote funkcije).

Rešenje:

7. Odrediti intervale u kojima funkcija $y = (3-2x)e^x$ raste, odnosno opada, kao i njene lokalne ekstremne vrednosti.

Rešenje:

8. Odrediti intervale u kojima je funkcija $y = (3-2x)e^x$ konveksna, odnosno konkavna, kao i njene prevojne tačke.

Rešenje:

9. Izračunati $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx =$

10. Izračunati $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \ln(\cos x) \cdot \operatorname{tg} x dx =$

11. Odrediti koeficijent pravca normale krive $\ln(x+y) + x + y - 1 - e = 0$ u tački $(0, e)$.

Rešenje: $k =$